

DE MOTU
CORPORUM

corum Apollonii) rectangulum PQK ad rectangulum AQB in data ratione. Sed QK & PR æquales sunt, utpote æqualium OK , OP , & OQ , OR differentiarum, & inde etiam rectangula PQK & $PQ \times PR$ æqualia sunt; atque ideo rectangulum $PQ \times PR$ est ad rectangulum AQB , hoc est ad rectangulum $PS \times PT$ in data ratione. *Q. E. D.*

Cas. 2. Ponamus jam trapezii latera opposita AC & BD non esse parallela. Age Bd parallelam AC & occurrentem tum rectæ ST in t , tum conicæ sectioni in d . Junge Cd secantem PQ in r , & ipsi PQ parallelam age DM secantem Cd in M & AB in N . Jam ob similia triangula BTt , DBN ; est Bt seu PQ ad Tt ut DN ad NB . Sic & Rr est ad AQ seu PS ut DM ad AN . Ergo, ducendo antecedentes in antecedentes & consequentes in consequentes, ut rectangulum PQ in Rr est ad rectangulum PS in Tt , ita rectangulum NDM est ad rectangulum ANB , & (per *cas. 1.*) ita rectangulum PQ in Pr est ad rectangulum PS in Pt , ac divisim ita rectangulum $PQ \times PR$ est ad rectangulum $PS \times PT$. *Q. E. D.*

Cas. 3. Ponamus denique lineas quatuor PQ , PR , PS , PT non esse parallelas lateribus AC , AB , sed ad ea utcumque inclinatas. Earum vice age Pq , Pr parallelas ipsi AC ; & Ps , Pt parallelas ipsi AB ; & propter datos angulos triangulorum PQq , PRr , PSs , PTt , dabuntur rationes PQ ad Pq , PR ad Pr , PS ad Ps , & PT ad Pt ; atque ideo rationes compositæ $PQ \times PR$ ad $Pq \times Pr$, & $PS \times PT$ ad $Ps \times Pt$. Sed, per superius demonstrata, ratio $Pq \times Pr$ ad $Ps \times Pt$ data est: ergo & ratio $PQ \times PR$ ad $PS \times PT$. *Q. E. D.*

LEMMA

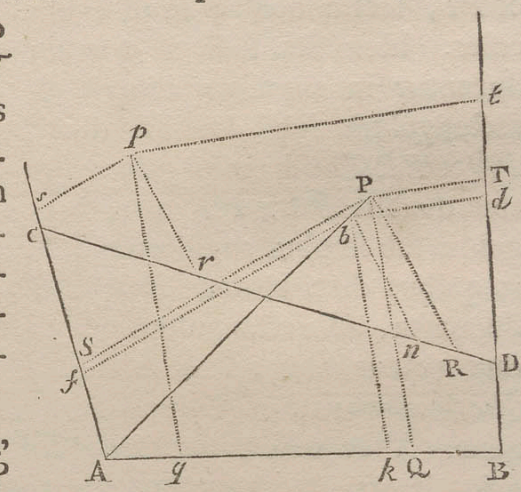
LIBER
PRIMUS.

LEMMA XVIII.

Isdem positis, si rectangulum ductarum ad opposita duo latera trapezii $PQ \times PR$ sit ad rectangulum ductarum ad reliqua duo latera $PS \times PT$ in data ratione; punctum P , a quo lineæ ducuntur, tanget conicam sectionem circa trapezium descriptam.

Per puncta A , B , C , D & aliquod infinitorum punctorum P , puta p , concipe conicam sectionem describi: dico punctum P hanc semper tangere. Si negas, junge AP secantem hanc conicam sectionem alibi quam in P , si fieri potest, puta in b . Ergo si ab his punctis p & b ducantur in datis angulis ad latera trapezii rectæ pq , pr , ps , pt & bk , bn , bs , bd ; erit ut $bk \times bn$ ad $bs \times bd$ ita (per *lem. xvii.*) $pq \times pr$ ad $ps \times pt$, & ita (per *hypoth.*) $PQ \times PR$ ad $PS \times PT$. Est & propter similitudinem trapeziorum bka , PQa , ut bk ad bs ita PQ ad PS . Quare, applicando terminos prioris proportionis ad terminos correspondentes hujus, erit bn ad bd ut PR ad PT . Ergo trapezia æquiangularia $Dnbd$, $DRPT$ similia sunt, & eorum diagonales Db , DP propterea coincidunt. Incidit itaque b in intersectionem rectarum AP , DP ideoque coincidit cum puncto P . Quare punctum P , ubicunque sumatur, incidit in assignatam conicam sectionem. *Q. E. D.*

Corol. Hinc si rectæ tres PQ , PR , PS a puncto communi P ad alias totidem positione datas rectas AB , CD , AC , singulæ ad singulas, in datis angulis ducantur, sitque rectangulum sub duabus ductis $PQ \times PR$ ad quadratum tertiæ PS in data ratione: punctum P , a quibus rectæ ducuntur, locabitur in sectione conica quæ tangit lineas AB , CD in A & C ; & contra. Nam coeat linea BD cum



L 2

BD cum